

Парето. В него вошли средства диагностики приводного барабана и электродвигателей приводного блока.

Из этих средств были выбраны температурные датчики диагностирования подшипников электродвигателей, имеющие вероятность безотказной работы (или достоверность диагностирования), равную 0,8. Расчет по приведенным формулам параллельного и последовательного соединения показывает, что применение температурных датчиков диагностирования дает возможность увеличить $P_{\Pi}(t)$ приводного блока до 0,9502, а привода – до 0,8218 при требуемом $P_{\text{тр. прив}}(t) = 0,804$. При этом среднее минимальное количество необходимых измерений значений информативного параметра (температуры) при $\alpha = \beta = 0,1$, что соответствует $D = 0,8$ и определяется по номограмме согласно (4), равно пяти.

Изложенная методика выбора объема диагностирования может быть применена и для других технических объектов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Биргер И.А. Техническая диагностика. – М.: Машиностроение, 1978. – 240 с.
2. Соболев И.И. Выбор оптимальных параметров в задачах со многими критериями. – М.: Наука, 1981. – 347 с.
3. Вальд А. Последовательный анализ. – М.: Физматгиз, 1960. – 263 с.
4. Разработка методов и средств управления надежностью ленточных конвейеров / Монастырский В.Ф.: Дис. ...докт. техн. наук. – Днепропетровск, 1990. – 546 с.

УДК 621.86.065:620.1

Бондаренко Л.Н., Главацкий К.Ц.,
Овчаренко Ю.Н.

СПОСОБЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ МОДУЛЯ УПРУГОСТИ ПРИ ВДАВЛИВАНИИ И ИЗГИБЕ КОНВЕЙЕРНЫХ ЛЕНТ

Запропоновані теоретичні основи експериментальних установок для визначення коефіцієнту тертя кочення, гістерезисних витрат при коченні та згинної жорсткості виробів типу балок і пластин. Доведено їх простоту, математична прозорість, швидке визначення вказаних констант і необхідність невеликих площ.

В самом начале отметим, что предлагаемые способы можно отнести к экспериментально-аналитическим экспресс – методам, которые можно использовать к любым изделиям из эластичных материалов. Кроме того, будет предложен способ определения одной из трудно определяемых экспериментально констант – коэффициента гистерезисных потерь при качении.

Существующие способы нахождения модуля упругости при вдавливании условно можно отнести к статическим способам. Предлагаемый ниже

способ его определения основан на темпе затухания колебаний и учитывает реальные геометрические параметры деталей, находящихся в контакте.

Теоретические основы способа кратко рассмотрим на примере качения цилиндра по вогнутой поверхности (рисунок 1).

Уравнения равновесия цилиндра в положении, определяемом координатой x

$$\begin{aligned} M\ddot{x} &= -N \sin \varphi + F \cos \varphi; \\ M\ddot{y} &= -N \cos \varphi + F \sin \varphi - Mg; \\ I\ddot{\varphi}_1 &= -FR_1 \pm Nk, \end{aligned} \quad (1)$$

где F – сила трения между поверхностями качения, препятствующая проскальзыванию колеса; N – сила нормального давления; M – масса цилиндра; $I = MR_1^2/2$ – момент инерции цилиндра относительно оси; φ – полярная координата центра тяжести цилиндра при качении; k – коэффициент трения качения.

Поскольку углы φ , φ_1 и скорость ϑ связаны между собой соотношениями

$$\varphi_1 = (R - R_1)\varphi / R_1; \quad \vartheta = (R - R_1)\dot{\varphi}, \quad (2)$$

то из (1) можно найти

$$F = (\pm Nk - I\ddot{\varphi}_1) / R_1 = I(R - R_1)\ddot{\varphi} / R_1^2. \quad (3)$$

С учетом того, что $x = (R - R_1)\sin \varphi$; $y = (R - R_1)(1 - \cos \varphi)$ и $\sin \varphi \approx \varphi$

$$\frac{(MR_1^2 + I)(R - R_1)}{NR_1}\ddot{\varphi} + R_1\varphi \mp k = 0. \quad (4)$$

Это уравнение представляет собой уравнение свободных колебаний при сухом трении. В классической постановке оно записывается в виде

$$\ddot{\varphi} + p^2\varphi \pm a = 0, \quad (5)$$

где $p^2 = NR_1 / (MR_1^2 + I)(R - R_1)$; $a = k / R_1$.

Если за начальные условия принять $\varphi = \varphi_0$ и $\dot{\varphi} = 0$, то его решение $\varphi = (\varphi_0 - a)\cos pt + a$. Для скорости получим выражение

$$\vartheta = \dot{\varphi} = -(\varphi_0 - a)p \sin pt.$$

Когда аргумент pt становится равным π , скорость вновь обращается в нуль, то есть цилиндр достигает своего крайнего отклонения влево, это отклонение равно $\varphi_1 = (\varphi_0 - a)\cos \pi + a = -\varphi_0 + 2a$, то есть по абсолютной величине оно меньше начального отклонения на $2a$. Если абсолютная величина

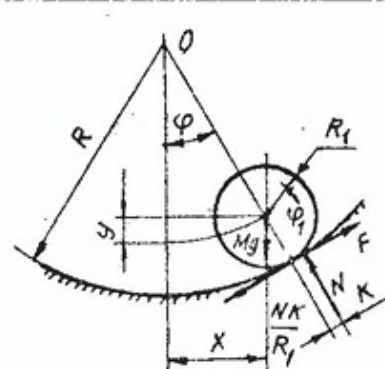


Рис. 1 – Схема установки для определения коэффициента трения качения цилиндра в вогнутой поверхности

φ_1 удовлетворяет неравенству $C|\varphi_1| > k$ (или, что тоже, $|\varphi_1| > a$), то составляющая силы веса больше силы трения качения и цилиндр начнет двигаться в сторону положительных значений φ . Уравнение движения для этого случая запишется в виде

$$\ddot{\varphi} + p^2\varphi + ap^2 = 0. \quad (6)$$

Смещая начало отсчета времени, запишем начальные условия так: $\varphi = \varphi_1$, $\dot{\varphi} = 0$ и решение уравнения (6) запишем в виде $\varphi = (\varphi_1 + a)\cos pt - a$.

Рассуждая, как и прежде, получим для следующего отклонения цилиндра $\varphi_2 = -\varphi_1 - 2a$ или, выражая φ_1 через φ_0 — $\varphi_2 = \varphi_0 - 4a$.

Таким образом, за один период колебаний амплитуда уменьшается на постоянную величину $4a$, то есть последовательность амплитуд образует арифметическую прогрессию и, следовательно, огибающей кривой $\varphi(t)$ будет прямая.

Используя это обстоятельство, запишем, что

$$k = \frac{R_1}{4}(\varphi_0 - \varphi_2); \quad (7)$$

напомним, что эта величина соответствует одному периоду колебаний.

Можно сосчитать количество периодов колебаний n до полной остановки (хотя практика показывает, что лучше этого не делать) и тогда формула (7) принимает вид $k = R_1/4n$.

Очевиден недостаток предложенного способа: незначительная сила, соответствующая весу цилиндра, и невозможность регулирования силы нажатия цилиндра на поверхность качения. Предлагается установка, состоящая из водила с пригрузом при помощи двух пружин (рис. 2).

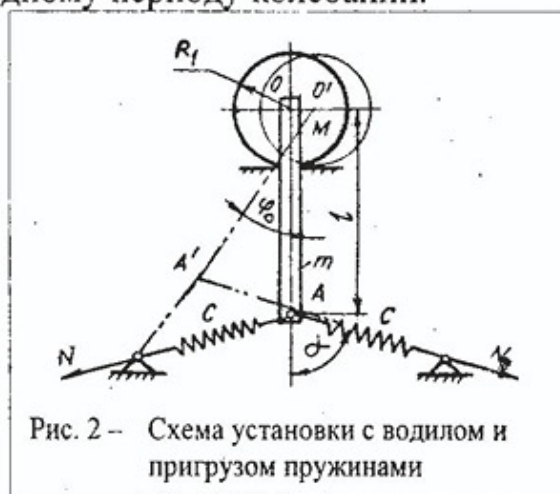


Рис. 2 — Схема установки с водилом и пригрузом пружинами

Кинетическая энергия этой системы

$$T = \frac{(M+m)R_1^2}{2}\dot{\varphi}^2 + \left(\frac{MR_1^2}{4} + \frac{ml^2}{6}\right)\dot{\varphi}^2 - \frac{mlR_1}{2}\dot{\varphi}^2.$$

Изменения потенциальной энергии системы зависит от угла подъема водила и работы деформации основания и пружин

$$\Pi = \left[\frac{mgl}{4} + C(l - R_1)^2\right]\varphi^2 \pm [(M+m)g + 2N\cos\alpha]\varphi k.$$

Подставив значения T и Π в уравнение Лагранжа, получим

$$\frac{(M+m)R_1^2 + (MR_1^2/2 + nl^3/3) - mlR_1}{(M+m)g + 2N \cos \alpha} \ddot{\varphi} + \frac{mgl/2 + 2C(l-R_1)^2}{(M+m)g + 2N \cos \alpha} \varphi \pm k = 0. \quad (8)$$

Проделав выкладки аналогичные выше приведенным, получим

$$k = \frac{mgl/2 + 2C(l-R_1)^2}{4[(M+m)g + 2N \cos \alpha]} (\varphi_0 - \varphi_2). \quad (9)$$

Отметим, что установок с аналогичным описанием можно предложить достаточно много, сообразуясь с конкретными условиями, а предложенные способы получения аналитических зависимостей для величины трения качения позволят довольно просто получить формулы, аналогичные (7) и (9).

В начале статьи мы обещали дать экспериментально-аналитические способы определения модуля упругости при вдавливании. Для этого нами [1, 2] было доказано, что в пределах упругих деформаций коэффициент трения качения может быть выражен через статическую полуширину b пятна контакта так

при первоначальном линейном контакте

$$k = 0,225b \exp(-1,2R_1); \quad (10)$$

при первоначальном точечном контакте

$$k = 0,16b \exp(0,2R_1). \quad (11)$$

Поскольку в первом примере статьи нами рассмотрена схема касания цилиндр – цилиндрическая впадина с параллельными осями, то полуширина пятна контакта при, например, равенстве модулей упругости материалов цилиндра и впадины и коэффициенте Пуассона равном 0,3 [3]

$$b = 1,522 \sqrt{\frac{Mg}{BE} \frac{RR_1}{R-R_1}}.$$

Подставив это значение b в (10), а затем в (7), получим, что модуль упругости при вдавливании

$$E = \frac{1,87Mg}{BR_1(R-R_1)(\varphi_0 - \varphi_2)^2} e^{-2,4R_1}. \quad (12)$$

Отметим, что выражения (10) и (11) нами получены независимо от Табора [4], который доказал, что при линейном контакте

$$k = \alpha \frac{2b}{3\pi}, \quad (13)$$

а при точечном

$$k = \alpha \frac{3b}{16}, \quad (14)$$

где α – коэффициент гистерезисных потерь при качении.

Практическое определение коэффициента α представляет определенные трудности. Во-первых, он не является в общем случае константой материала, а возрастает с деформациями, особенно в районах близких к пределу упругости материала, а во-вторых, гистерезисные потери не совпадают с

рассеиваемой энергией при простом растяжении-сжатии, когда его величина находится сравнительно просто.

Имея формулы (10), (11) и (13), (14) нами предложена установка для определения коэффициента гистерезисных потерь при качении (переход от этого коэффициента до его величины при классическом определении растяжением-сжатием требует дополнительных исследований).

Она состоит из катка радиусом R_1 и массой P , на котором намотана нить (рис. 3), перекинутая через блок O и к которой прикреплен груз массой Q .

Найдем скорость $\mathcal{G}_c$ центра катка, воспользовавшись теоремой о смене кинетической энергии системы. Ввиду того, что точка B является мгновенным центром скоростей, и $w = \mathcal{G}_c / R_1$, а $\mathcal{G}_B = \mathcal{G}_A = 2\mathcal{G}_c$, получим значение скорости $\mathcal{G}_c$ при условии, что радиус инерции катка ρ (без учета массы нити)

$$\mathcal{G}_c = \left[\frac{2g(2QR_1 - kP)R_1s}{4QR_1^2 + P(R_1^2 + \rho^2)} \right]^{1/2}, \quad (15)$$

где s – путь, пройденный точкой C , при котором она достигнет скорости $\mathcal{G}_c$.

Из этой формулы найдем величину коэффициента трения качения

$$k = \frac{2QR_1}{P} - \frac{\mathcal{G}_c^2 [4QR_1^2 + P(R_1^2 + \rho^2)]}{2gPR_1s}. \quad (16)$$

Очевидно, что при известном выражении для определения k , например, при линейном контакте, величина гистерезисных потерь

$$\alpha = \frac{3\pi}{b} \left(\frac{2QR_1}{P} - \frac{\mathcal{G}_c^2 [4QR_1^2 + P(R_1^2 + \rho^2)]}{2gPR_1s} \right). \quad (17)$$

При точечном контакте, например, сферическое тело-плоскость

$$\alpha = 96 \left(\frac{E}{PgR_1} \right)^{1/3} \left(\frac{2QR_1}{P} - \frac{\mathcal{G}_c^2 [4QR_1^2 + P(R_1^2 + \rho^2)]}{2gPR_1s} \right).$$

Таким образом, при достижении замеренной каким-либо образом скорости $\mathcal{G}_c$, коэффициент гистерезисных потерь, для которой необходимо определить, нужно знать расстояние s и по формулам (17) определить α .

Предложенные установки позволяют легко определить коэффициент трения качения, модуль упругости при вдавливании и коэффициент гистерезисных потерь при качении.

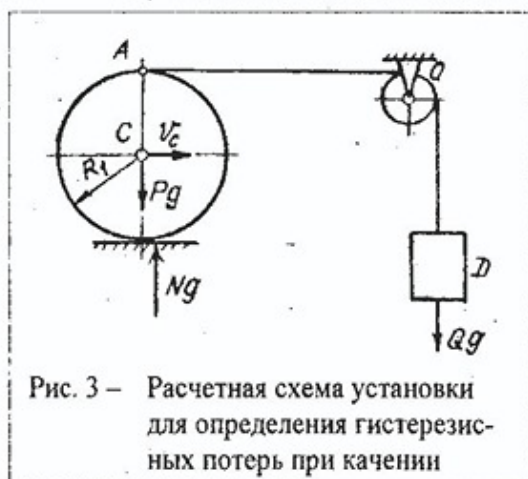


Рис. 3 – Расчетная схема установки для определения гистерезисных потерь при качении

Не менее важно знать приведенный модуль упругости при изгибе сложных систем или другие их механические или геометрические параметры. Для этого нами предложены установки, основанные на принципе статики равночастотных систем [5].

Отметим интересное свойство, например балки, заделанной одним концом на небольшой высоте h . Если один из концов весьма длинной, сложной по конструкции, но однородной балки закрепить жестко на высоте h , то под действием собственного веса часть балки ля-

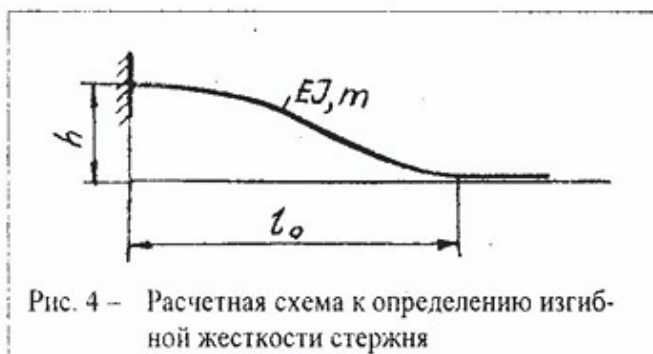


Рис. 4 – Расчетная схема к определению изгибной жесткости стержня

жет на плоскость на расстоянии l_0 от места заделки (рис. 4) и частота собственных колебаний такой балки не будет зависеть ни от изгибной жесткости EJ , ни от линейной плотности m , а определится только высотой h .

Поскольку в [5] допущена некоторая неточность в значении величины l_0 , то приведем краткое решение этой задачи.

Дифференциальное уравнение изгиба (справедливое при небольших значениях h для криволинейного участка $0 \leq z \leq l_0$) имеет вид

$$w^{IV} = mg / EJ. \quad (18)$$

Решение этого уравнения должно подчиняться 5 граничным условиям $w(0) = -h$; $w'(0) = 0$; $w(l_0) = 0$; $w'(l_0) = 0$; $w''(l_0) = 0$ из которых находятся 4 постоянные интегрирования и пятая неизвестная величина определяет расстояние l_0 .

После нахождения постоянных, получим уравнение для определения прогибов

$$w = \frac{mgl_0^4}{48EJ} \left(\frac{2z^2}{l_0^2} - \frac{4z^3}{l_0^3} + \frac{2z^4}{l_0^4} \right) - h \left(1 - \frac{3z^2}{l_0^2} + \frac{2z^3}{l_0^3} \right), \quad (19)$$

а значение l_0 определится из формулы

$$l_0 = \sqrt[4]{\frac{72EJh}{mg}}. \quad (20)$$

Из формулы (20) можно найти, например, изгибную жесткость балки

$$EJ = \frac{mgl_0^4}{72h}. \quad (21)$$

В случае гибкой пластины, заделанной, как и балка выше, в вертикальную стенку уравнение прогибов запишется в виде

$$w^{IV} = m / D, \quad (22)$$

где m – масса единицы площади пластины;

$$D = Eh/12(1-\nu^2).$$

Дифференциальное уравнение изгиба пластины

$$D\nabla^4 w = g, \quad (23)$$

где $\nabla^4 w = \nabla^2 \nabla^2 w$; $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ – двумерный оператор Лапласа.

В качестве граничных условий примем

$$w_0|_{z=0} = 0; \quad \frac{\partial w_0}{\partial z}|_{z=0} = 0; \quad w_0|_{z=l_0} = 0; \quad \frac{\partial w_0}{\partial z}|_{z=l_0} = 0$$

и при нахождении l_0

$$\frac{\partial^2 w_0}{\partial z^2}|_{z=l_0} = 0.$$

Величины, например D, E , находятся из решения

$$D = \frac{mgl_0^4}{72h}; \quad E = \frac{(1-\nu^2)mgl_0^4}{6h^4}; \quad \text{а} \quad l_0 = \sqrt{\frac{72Dh}{mg}}. \quad (24)$$

Анализируя приведенные способы определения модуля упругости при вдавливании и изгибе сложных по конструкции изделий или изделий из новых материалов можно заключить, что предложенные способы являются:

- простыми по конструкции;
- прозрачными по математической постановке;
- не требующими продолжительного эксперимента и значительных площадей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бондаренко Л.Н. Зависимость коэффициента трения качения колеса по рельсу от режима работы механизма передвижения // Строитель. и дорож. маш. -1999. -№ 6. -С. 40.
2. Бондаренко Л.Н. Экспериментально-аналитическое определение коэффициента трения качения // 36^я науч. праця ХарДАЗТ. -1999. -Вип. 36. -С. 127-132.
3. Справочник по сопротивлению материалов / Писаренко Г.С., Яковлев А.П., Матвеев В.В. -Киев: Наук. думка, 1988. -736 с.
4. Tabor D. The mechanism of rolling friction: the elastic range // Proc. Roy. Soc. Ser. A. -Vol. 229.
5. Пановко Я.Г., Губанова И.И. Устойчивость и колебания упругих систем. -М.: Наука, 1987. -352 с.



Рис. 5 – Расчетная схема по определению изгибной жесткости пластины (конвейерной ленты)